

Aufgabe 1 (zur Erinnerung)

Nummeriere die folgenden Namen nach ihrer **alphabetischen Reihenfolge**:

Meier Auster Pastor Engel Albrecht Knigge Albers Müller Lüstraeten

Formuliere mit eigenen Worten: Wie entscheidet man für zwei beliebige Worte, welches in der alphabetischen Reihenfolge vor dem anderen kommt?

Suchbaum: alphabetisch sortierter Binärbaum

In einem Binärbaum gibt es nicht einen, sondern jeweils zwei Nachfolger. Die alphabetische Reihenfolge im Binärbaum wird durch die folgende **rekursive Regel** bestimmt.

Für jeden Knoten des Binärbaums gilt:

ALLE Knoten des LINKEN Teilbaums liegen alphabetisch VOR diesem Knoten.

ALLE Knoten des RECHTEN Teilbaums liegen alphabetisch HINTER diesem Knoten.

Einen auf diese Art sortierten Binärbaum nennt man **Suchbaum**.

Um einen Suchbaum **aufzubauen** geht man wie folgt vor:

- Jedesmal, wenn ein neuer Name hinzugefügt wird, beginnt man an der Wurzel.
- Falls der Baum bislang leer ist, wird der Name an der Wurzel eingefügt.
- Sonst vergleicht man den neuen Namen mit dem Namen an der Wurzel. Falls der neue Name alphabetisch vor der Wurzel liegt, geht man zum linken Nachfolger, sonst zum rechten.
- Den Vergleich wiederholt man mit dem nächsten Knoten und geht so immer weiter von einem Nachfolger zum nächsten, mal links, mal rechts, bis man einen leeren Knoten erreicht. Dort fügt man den neuen Namen dann ein.
Das bedeutet, dass neue Namen immer ganz unten im Baum als „Blatt“ eingefügt werden.

Aufgabe 2

Es wird ein leerer binärer Suchbaum für Namen erzeugt. Nach und nach kommen neuen Namen hinzu, die an zufälliger Stelle in der alphabetischen Reihenfolge liegen:

Knigge – Paulsen – Müller – Becker – Engel – Meier – Schmidt – Albrecht – Auster –
Golz – Verhoeven – Bischof – Pastor – Peters – Albers

Zeichne die Struktur des Suchbaums auf ein leeres Blatt, wenn diese Namen in der angegebenen Reihenfolge eingefügt werden, nach der oben beschriebenen Vorgehensweise (zeichne nur die Namen und ihre Verbindungen, keine Objekte).

Tipp: Denke daran, dass der Baum unten breiter wird. Die oberen Knoten sollten daher weit genug auseinander liegen – lege das Blatt am Besten quer.

Aufwand für die Suche

Eine wichtige Funktion eines Adressbuchs ist die **Suchfunktion**. Damit sucht man die Adresse zu einem bestimmten Namen. Datenstrukturen werden in der Informatik oft danach bewertet, wie hoch der **zeitliche Aufwand** für gängige Algorithmen ist. Für Arrays haben wir z.B. den Aufwand von Sortialgorithmen untersucht. Hier untersuchen wir den zeitlichen Aufwand für die Suche und vergleichen dabei die Datenstrukturen Liste und Suchbaum.

Aufgabe 3

Vergleiche eine sortierte Liste und einen Suchbaum, in denen jeweils **15 gleiche Namen** enthalten sind. Ein bestimmter Name soll gefunden werden, von dem wir annehmen, dass er in einer alphabetisch sortierten Liste bzw. in einem Suchbaum enthalten ist.

- Wie viele Knoten muss man im Mittel prüfen, um den gesuchten Namen in der **sortierten Liste** zu finden?
- Wie viele Knoten muss man im Mittel prüfen, um den Namen im **Suchbaum** zu finden?

Gib jeweils die Rechnung und den genauen Wert für den durchschnittlichen Aufwand an.

- Falls ein Name gesucht wird, der nicht im Adressbuch enthalten ist:
Wie viele Schritte braucht die Suche in der Liste, wie viele im Suchbaum?

Aufgabe 4

Beim Aufbau eines binären Suchbaums spielt die zufällige Reihenfolge beim Einfügen der neuen Namen eine große Rolle. Das wird deutlich, wenn man die Namen in einer ungünstigen Reihenfolge einfügt. Zeichne die Struktur des Suchbaums, die entsteht, wenn man folgende Namen in der angegebenen Reihenfolge einfügt:

Albrecht – Bischof – Becker – Engel – Knigge – Meier – Paulsen – Schmidt

Hinweis: Diese Struktur nennt man „entarteten Baum“.

Aufgabe 5

Verallgemeinere die Ergebnisse aus Aufgabe 3.

Wir betrachten hier zur Vereinfachung die **maximale Anzahl** von Schritten, die die Suchfunktion benötigt (d.h. wenn der gesuchte Name an einem Blatt liegt oder nicht im Baum enthalten ist).

- Wie viele Schritte benötigt die Suche im binären Suchbaum maximal, wenn er ca. 1000 Namen enthält (und ganz regelmäßig aufgebaut ist)?
- Wie viele Schritte benötigt die Suche maximal in einem Suchbaum mit ca. 1 Mio. Knoten?
- Wie viele Schritte in einem Baum mit n Knoten?