

Darstellung von Zahlen im Computer

Wenn du dich erinnerst: **Digitalisierung** bedeutet die Umwandlung von Information in Zahlen. Der ASCII-Code ordnet zum Beispiel jedem Buchstaben eine Zahl zu. Ein Grund, Information zu digitalisieren ist, dass Computer nur mit Zahlen umgehen können.

Wir Menschen stellen Zahlen im **Dezimalsystem** dar (dezimal = auf zehn bezogen). Das heißt, wir verwenden zehn Ziffern: 0 bis 9.

Computer rechnen mit elektrischen Schaltkreisen. In diesen Schaltkreisen gibt es nur zwei unterschiedliche Zustände: es fließt Strom, oder es fließt kein Strom. Mit diesen beiden Zuständen können Zahlen dargestellt werden, aber nur mit zwei Ziffern: 0 (kein Strom) und 1 (Strom). Dazu verwendet man das **Binärsystem** (binär = auf zwei bezogen).

Beispiel: Darstellung des Buchstaben K

Buchstabe	ASCII dezimal	ASCII binär
K	75	1001011

Aufgabe 1: Schriftliche Addition (Wdh.)

Um das Rechnen mit Binärzahlen zu erarbeiten, wiederholen wir zunächst die schriftliche Addition. Berechne die folgenden Summen. Das „Ü“ steht hier für „**Übertrag**“.

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad \begin{array}{r} 287 \\ + 443 \\ \hline \end{array} \\
 \text{Ü} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad \begin{array}{r} 9742 \\ + 538 \\ \hline \end{array} \\
 \text{Ü} \\
 \hline
 \end{array}$$

Aufgabe 2: Zählen im Binärsystem

Im Dezimalsystem gilt: Wenn du zwei Ziffern addierst, deren Summe größer als die höchste Ziffer 9 ist, musst du einen Übertrag für die nächste Stelle aufschreiben.

Im Binärsystem ist die höchste Ziffer die 1. Wenn du zwei Ziffern addierst, deren Summe größer als 1 ist, musst du einen Übertrag aufschreiben.

Daher sind die Regeln für die Addition von binären Ziffern:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ Übertrag } 1$$

Ziel ist, die Binärzahlen aufzuschreiben, die den Dezimalzahlen von 0 bis 16 entsprechen:

dezimal	binär
0	0
1	1
2	
3	
4	
5	
6	
7	

dezimal	binär
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Um die Binärzahl zu berechnen, die der Dezimalzahl 2 entspricht, addiere $1 + 1$ im Binärsystem.

```

      1
+     1
-----
  10

```

Das Ergebnis trage oben in die Tabelle ein.

Dann addiere dazu wieder 1, um die Binärzahl für die 3 zu erhalten.

Fahre damit solange fort, bis du alle Binärzahlen bis zur 16 hast.

3 :	4 :	5 :	6 :	7 :
+	+	+	+	+
-----	-----	-----	-----	-----
Ü	Ü	Ü	Ü	Ü
-----	-----	-----	-----	-----

(von 8 bis 16 schreibe selbst auf die freie Fläche)

Aufgabe 3

Betrachte die Binärzahlen von 0 bis 16, die du in Aufgabe 2 berechnet hast. Welche Muster (also Regelmäßigkeiten) erkennst du bei diesen Zahlen?

Aufgabe 4: Addition von zwei Binärzahlen

Bei der Addition von zwei beliebigen Binärzahlen kann es wegen des Übertrags vorkommen, dass du drei Einsen addieren musst. Daher benötigen wir noch eine zusätzliche Regel:

$$\begin{aligned}
 0 + 0 &= 0 \\
 0 + 1 &= 1 \\
 1 + 0 &= 1 \\
 1 + 1 &= 0 \text{ Übertrag } 1 \\
 \mathbf{1 + 1 + 1} &= \mathbf{1 \text{ Übertrag } 1}
 \end{aligned}$$

Berechne die folgenden Summen:

a)

$$\begin{array}{r}
 1 1 1 \\
 + 1 1 \\
 \hline
 \ddot{U} \\
 \hline
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 1 0 0 1 \\
 + 1 1 0 \\
 \hline
 \ddot{U} \\
 \hline
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 1 1 0 1 1 \\
 + 1 1 1 0 \\
 \hline
 \ddot{U} \\
 \hline
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 1 0 1 1 \\
 + 1 0 1 0 1 1 \\
 \hline
 \ddot{U} \\
 \hline
 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r}
 1 1 1 1 1 \\
 + 1 \\
 \hline
 \ddot{U} \\
 \hline
 \end{array}$$

Beispiel: Addition von mehr als zwei Binärzahlen

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 0 \\
 + \quad 1\ 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü 1

0

-->

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 0 \\
 + \quad 1\ 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü 1 0 1

1 0

-->

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 0 \\
 + \quad 1\ 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü 1 0 1

0 1 0

-->

Erste Stelle von rechts:
2 mal 1 = (binär) 1 0

die rechte 0 ist das Ergebnis,
die linke 1 der Übertrag.

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 0 \\
 + \quad 1\ 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü 1 0 1

1 0 0 1 0

Letzte Stelle:
2 mal 1 = (binär) 1 0

Zweite Stelle von rechts:
5 mal 1 = (binär) 1 0 1

die 1 ist das Ergebnis,
die 0 der erste Übertrag,
die 1 der zweite Übertrag.

Dritte Stelle von rechts:
2 mal 1 = (binär) 1 0

die 0 ist das Ergebnis,
die 1 der Übertrag.
Mit dem Übertrag von der
vorigen Stelle sind es jetzt
zwei Überträge.

Zusammenfassung:

Wenn du x Einsen addierst, zum Beispiel 5 Einsen,
ermittle die Binärzahl für x, zum Beispiel 1 0 1.

Die rechte Ziffer dieser Binärzahl ist das Ergebnis.
Die anderen Ziffern werden unter den nächsten Stellen
als Überträge geschrieben.

Aufgabe 5

Addiere die folgenden Binärzahlen schriftlich:

a)

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0 \\
 + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü

b)

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 0\ 1 \\
 + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 0\ 0\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü

c)

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 0\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 1 \\
 + \quad 1\ 0\ 1 \\
 + \quad 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ü

Binäre Multiplikation

Erinnere dich an die schriftliche Multiplikation von Dezimalzahlen.

Die binäre Multiplikation funktioniert genauso. Sie ist aber noch einfacher zu berechnen, da wir nur mit 0 oder 1 multiplizieren müssen:

Jede Binärzahl mit 0 multipliziert ist 0.
Jede Binärzahl mit 1 multipliziert ist die Zahl selbst.

$$\begin{array}{r} 145 \cdot 73 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \\ \hline \end{array}$$

Aufgabe 6

Berechne die folgenden Produkte schriftlich:

a)
$$\begin{array}{r} 11011 \cdot 10101 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 10111 \cdot 10111 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline \\ \hline \end{array}$$