

Darstellung von Zahlen im Computer

Wenn du dich erinnerst: **Digitalisierung** bedeutet die Umwandlung von Information in Zahlen. Der ASCII-Code ordnet zum Beispiel jedem Buchstaben eine Zahl zu. Ein Grund, Information zu digitalisieren ist, dass Computer nur mit Zahlen umgehen können.

Wir Menschen stellen Zahlen im **Dezimalsystem** dar (dezimal = auf zehn bezogen). Das heißt, wir verwenden zehn Ziffern: 0 bis 9.

Computer rechnen mit elektrischen Schaltkreisen. In diesen Schaltkreisen gibt es nur zwei unterschiedliche Zustände: es fließt Strom, oder es fließt kein Strom. Mit diesen beiden Zuständen können Zahlen dargestellt werden, aber nur mit zwei Ziffern: 0 (kein Strom) und 1 (Strom). Dazu verwendet man das **Binärsystem** (binär = auf zwei bezogen).

Beispiel: Darstellung des Buchstaben K

Buchstabe	ASCII dezimal	ASCII binär
K	75	1001011

Aufgabe 1: Schriftliche Addition (Wdh.)

Um das Rechnen mit Binärzahlen zu erarbeiten, wiederholen wir zunächst die schriftliche Addition. Berechne die folgenden Summen. Das „Ü“ steht hier für „**Übertrag**“.

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad \quad 2 \ 8 \ 7 \\
 + \quad 4 \ 4 \ 3 \\
 \hline
 \text{Ü} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad \quad 9 \ 7 \ 4 \ 2 \\
 + \quad \quad 5 \ 3 \ 8 \\
 \hline
 \text{Ü} \\
 \hline
 \end{array}$$

Aufgabe 2: Zählen im Binärsystem

Im Dezimalsystem gilt: Wenn du zwei Ziffern addierst, deren Summe größer als die höchste Ziffer 9 ist, musst du einen Übertrag für die nächste Stelle aufschreiben.

Im Binärsystem ist die höchste Ziffer die 1. Wenn du zwei Ziffern addierst, deren Summe größer als 1 ist, musst du einen Übertrag aufschreiben.

Daher sind die Regeln für die Addition von binären Ziffern:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ Übertrag } 1$$

Ziel ist, die Binärzahlen aufzuschreiben, die den Dezimalzahlen von 0 bis 16 entsprechen:

dezimal	binär
0	0
1	1
2	
3	
4	
5	
6	
7	

dezimal	binär
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Um die Binärzahl zu berechnen, die der Dezimalzahl 2 entspricht, addiere 1 + 1 im Binärsystem.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 1 \\
 \hline
 \ddot{u} \\
 \hline
 \end{array}$$

Das Ergebnis trage oben in die Tabelle ein.
 Dann addiere dazu wieder 1, um die Binärzahl für die 3 zu erhalten.
 Fahre damit solange fort, bis du alle Binärzahlen bis zur 16 hast.

3:	4:	5:	6:	7:
+	+	+	+	+
-----	-----	-----	-----	-----
ü	ü	ü	ü	ü
-----	-----	-----	-----	-----

(von 8 bis 16 schreibe selbst auf die freie Fläche)

Beispiel: Addition von mehr als zwei Binärzahlen

$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 0 \\ \hline \ddot{U}\quad 1 \\ \hline \hline 1 \end{array}$	-->	$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 0 \\ +\quad 1\ 0 \\ \hline \ddot{U}\quad 1\ 0\ 1 \\ \hline \hline 1\ 1 \end{array}$	-->	$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 0 \\ +\quad 1\ 0 \\ \hline \ddot{U}\quad 1\ 0\ 1 \\ \quad 1 \\ \hline \hline 0\ 1\ 1 \end{array}$
---	-----	--	-----	--

Erste Stelle von rechts:
3 mal 1 = (binär) 1 1

die rechte 1 ist das Ergebnis,
die linke 1 der Übertrag.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 0 \\ +\quad 1\ 0 \\ \hline \ddot{U}\quad 1\ 0\ 1 \\ \quad 1 \\ \hline \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

Letzte Stelle:
2 mal 1 = (binär) 1 0

Zweite Stelle von rechts:
5 mal 1 = (binär) 1 0 1

die 1 ist das Ergebnis,
die 0 der erste Übertrag,
die 1 der zweite Übertrag.

Dritte Stelle von rechts:
2 mal 1 = (binär) 1 0

die 0 ist das Ergebnis,
die 1 der Übertrag.
Mit dem Übertrag von der
vorigen Stelle sind es jetzt
zwei Überträge.

Zusammenfassung:

Wenn du x Einsen addierst, zum Beispiel 5 Einsen,
ermittle die Binärzahl für x, zum Beispiel 1 0 1.

Die rechte Ziffer dieser Binärzahl ist das Ergebnis.
Die anderen Ziffern werden unter den nächsten Stellen
als Überträge geschrieben.

Aufgabe 4

Addiere die folgenden Binärzahlen schriftlich:

a)

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0 \\ +\quad 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 1 \\ \hline \ddot{U} \\ \hline \hline \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 0 \\ \hline \ddot{U} \\ \hline \hline \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 1 \\ \hline \ddot{U} \\ \hline \hline \end{array}$$

Binäre Multiplikation

1 4 5 · 7 3

Erinnere dich an die schriftliche Multiplikation von Dezimalzahlen.

Die binäre Multiplikation funktioniert genauso. Sie ist aber noch einfacher zu berechnen, da wir nur mit 0 oder 1 multiplizieren müssen:

Ü

Jede Binärzahl mit 0 multipliziert ist 0.
Jede Binärzahl mit 1 multipliziert ist die Zahl selbst.

Aufgabe 5

Berechne die folgenden Produkte schriftlich:

a) 1 1 0 1 1 · 1 0 1 0 1

b) 1 0 1 1 1 · 1 0 1 1 1

Ü

Ü
